

Uniwersytet Śląski w Katowicach

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Krystyny Danuty Milewskiej *Elementy sztuki antycznej w edukacji matematycznej nastolatków*. Akademia Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej w Warszawie, Warszawa 2024.

Pani mgr Krystyna Danuta Milewska podjęła w swojej rozprawie problem edukacji matematycznej i sztuki w oparciu o wybrane elementy sztuki antycznej w grupie nastolatków. Jest to praca empiryczna z pedagogiki. Autorka przyjęła podejście konstruktywistyczne w edukacji oraz indukcyjną strategię badań i paradygmat interpretacyjny. Swoimi badaniami obejmuje następujące obszary rozważań teoretyczno-badawczych z zakresu: pedagogiki matematyki, sztuki – edukacji plastycznej, pedagogiki i psychologii uczenia się.

Komentarz do przedstawionej recenzji rozprawy doktorskiej składa się z:

1. Oceny struktury pracy.
2. Merytorycznej ocena rozprawy.
3. Uwag szczegółowych.
4. Końcowego wniosku.

1. Struktura pracy.

Przedstawiona do recenzji rozprawa liczy 390 stron. Praca składa się ze wstępu, sześciu rozdziałów głównych, zakończenia, bibliografii, streszczenia w języku angielskim, spisu grafik i osobno dołączonego aneksu (83 strony) i oświadczenia.

We *Wstępie* Autorka uzasadnia celowość i wartość podjętej problematyki w kontekście pedagogicznych, psychologicznych i artystycznych rozważań na temat wsparcia procesu kształcenia matematycznego nastolatków przez możliwości uczenia się w oparciu o wybrane aspekty sztuki antycznej. Praca składa się z części teoretycznej, metodologicznej i empirycznej. W rozdziale pierwszym pracy Autorka omówiła cele edukacji matematycznej ze

szczególnym uwzględnieniem nauczania matematyki w klasach 7 i 8 szkoły podstawowej oraz w klasach 1 i 2 szkół ponadpodstawowych. Uwzględniła również zagadnienie twórczości w edukacji młodzieży, rolę podręcznika w edukacji matematycznej nastolatków. Rozdział drugi pracy prezentuje charakterystykę rozwoju psychofizycznego nastolatków i wynikające z tego warunki dla ich edukacji matematycznej. Z kolei rozdział trzeci dysertacji zawiera charakterystykę stałej kolekcji sztuki antycznej na temat „Antyczne korzenie Europy”, która jest prezentowana w Muzeum Narodowym w Szczecinie. Wystawa ta stała się główną inspiracją do podjętego problemu w pracy. Rozdział czwarty prezentuje wybrane źródła estetyki matematycznej w sztuce antycznej. W rozdziale piątym przedstawiono założenia metodologiczne pracy a w rozdziale szóstym omówiono wyniki badań i wynikające z nich wnioski. Całość zamyka zakończenie, bibliografia, spis tabel, rysunków i fotografii. Osobno załączono do pracy obszerny aneks, który zawiera narzędzia badawcze zastosowane w badaniach.

Część teoretyczna pracy obejmuje cztery rozdziały główne, w których omówiono zagadnienia stanowiące podstawę teoretyczną pracy w oparciu o analizę literatury.

Rozdział 1. zatytułowany *Teoretyczne podstawy edukacji matematycznej* w pięciu podrozdziałach wprowadza w zagadnienia edukacji matematycznej. Wyjaśnia istotę matematyki jako jednej z najstarszych dziedzin nauki i wskazuje na jej obecność w życiu oraz różnorodnych formach aktywności i twórczości człowieka. Podstawy rozważań nad uczeniem się w ujęciu pedagogiki Autorka oparła na teorii kształcenia wielostronnego Wincentego Okonia, następnie celów i warunków do uczenia się Kazimierza Denka, Czesława Kupisiewicza i Wojciecha Kojasa. Założenia edukacji matematycznej prezentuje w odniesieniu do koncepcji nauczania matematyki Zofii Krygowskiej. Przemiany społeczno-ekonomiczne i technologiczne w świecie wymuszają również kształcenie odpowiednich kompetencji, w tym kompetencji matematycznych. Kompetencje interpretuje Autorka w odniesieniu do koncepcji kompetencji Marii Czerepaniak-Walczak oraz do rozumienia kompetencji kluczowych w procesie uczenia się człowieka przez całe życie, w tym matematycznych wytyczonych przez Parlament Europejski i Radę Europejską w 2006 roku. Ma się to przyczynić do kształcenia umiejętności rozwiązywania problemów w życiu codziennym i zawodowym. Zmiany w kształceniu, które są wynikiem reform w oświacie obejmują wszystkie poziomy edukacji i nauczania przedmiotów, w tym matematyki. W celach ogólnych edukacja matematyczna ma na celu kształcenie sprawności rachunkowej, umiejętność przetwarzania i odbioru informacji, rozumowanie i argumentację w oparciu o język matematyczny, co podkreśla Autorka.

Kształcenie umiejętności myślenia w zakresie analizy i syntezy jest ważną umiejętnością w operacjach matematycznych. Wiąże się to z integracją działań w sferze reprezentacji enaktywnej, ikonicznej i symbolicznej określonych przez Jerome'a S. Brunera na poszczególnych poziomach rozwoju człowieka i edukacji, które przywołuje Autorka. Zwraca uwagę na indywidualne możliwości i zdolności uczniów w procesie uczenia się matematyki i zmiany rozwojowe związane z kształtowaniem się określonych zdolności myślenia istotnych dla rozwoju myślenia matematycznego. Nawiązuje również w znaczeniu ogólnym do twórczości oraz twórczości artystycznej i kształtowania się twórczych możliwości matematycznych ucznia. Przywołano stanowiska psychologii twórczości, psychologii postaci, psychologii asocjacyjnej, psychoanalizy, psychologii behawiorystycznej, psychologii humanistycznej i pedagogiki twórczości w analogii do rozwiązywania problemów matematycznych (rozumowanie dedukcyjne, indukcyjne, tworzenie metafor, budowanie skojarzeń, abstrahowanie, przekształcanie). Również w odniesieniu do psychologii twórczości wskazano przeszkody, jak i warunki w rozwoju procesu twórczego. Wyróżniono twórczość egalitarną i elitarną, strategie rozwiązywania zadań (podejście dywergencyjne i konwergencyjne), co odniosła Autorka do metod kształcenia matematycznego. Kolejnym istotnym elementem w procesie nauczania jest podręcznik, podręcznik do matematyki. Określa on cele poznawcze, kształcące i wychowawcze, które wynikają ze stopniowania złożoności treści, trudności zadań i ewaluacji osiągnięć ucznia. Oferta dla nauczycieli jest bogata w zakresie nauczania matematyki, i tak w klasach 7-8 szkoły podstawowej dopuszczono do użytku szkolnego 42 podręczniki i do klas szkół ponadpodstawowych 43 podręczniki. Analizując kształcenie myślenia matematycznego dzieci i młodzieży Autorka scharakteryzowała poszczególne okresy kształtowania się myślenia w oparciu o koncepcje psychologiczne: Jeana Piageta, J.S. Brunera i Pierre'a van Hiele'a (5 poziomów myślenia matematycznego). W nauczaniu matematyki proponuje się podejście czynnościowe, problemowe i realistyczne. Temu ostatniemu podejściu Autorka poświęca większą uwagę i ujmuje to w kontekście historycznym. Zwracając uwagę na integralność działań dydaktycznych matematyki z innymi obszarami doświadczeń edukacyjnych ucznia i wielostronny jego rozwój przywołuje teorię kształcenia wielostronnego W. Okonia i jej ujęcia przez Bolesława Niemierko, Władysława P. Zaczyńskiego, Franciszka Bereźnickiego. Proces kształcenia wprowadza w system wartości i ich wielostronnej integracji. Wskazano na sztukę, a ściślej na wartości wychowania estetycznego w procesie edukacji zintegrowanej z innymi obszarami doświadczeń edukacyjnych ucznia. Przywołano historię wychowania estetycznego i jego cele oraz edukację muzealną w ujęciu jej klasyków teorii wychowania estetycznego

Ireny Wojnar i Stefana Szumana. Autorka podkreśla, że obszar edukacji matematycznej inspirowany sztuką jest nie w pełni wykorzystany (s. 95). Szansę taką daje, jak podkreśla, poznanie sztuki antycznej, w której istotne są pojęcia symetrii, harmonii i złotego podziału. Taka propozycja edukacyjna wypłynęła z Działu Edukacji Narodowego Muzeum w Szczecinie. Przyjęła ona formę projektu edukacyjno-artystycznego opracowanego przez Autorkę zatytułowanego „Akademia Antyczna”, który jest przedmiotem analizy badawczej w prezentowanej pracy.

Rozdział 2. pracy pt. *Nastolatek a edukacja matematyczna* obejmuje pięć podrozdziałów, którego treści opisują rozwój psychofizyczny nastolatków, ich dojrzewanie i zmiany systemu wartości. W oparciu o psychologię rozwojową przedstawiono sfery rozwoju adolescenta (emocjonalną, społeczną, poznawczą). Ukazano konieczność i uwarunkowania zmian rozwojowych na podstawie teorii zadań rozwojowych Roberta J. Havighursta. Ponadto omówiono rozwój struktur poznawczych w okresie adolescencji z perspektywy teorii J. Piageta, Davida A. Kolba (uczenie się przez doświadczenie). Sfera rozwoju emocjonalnego młodzieży w tym okresie życia jest jedną z istotnych dróg kształtowania ich osobowości, co wiąże się z budowaniem relacji przyjaźni, zaufania, miłości, poczucia prawdy, stosunkiem do środowiska społecznego i kulturowego, jak wskazuje Autorka w dalszym opisie rozwoju psychofizycznego adolescenta. Wiąże się to z kształtowaniem tożsamości osobowej młodego człowieka i związanymi z nią kryzysami rozwojowymi jako momentami istotnymi w ich przezwyciężaniu oraz podjęciu działań do ich rozwiązania, co Autorka uzasadnia m.in. w oparciu o teorię rozwoju adolescenta Ireny Obuchowskiej i teorię rozwoju psychospołecznego Erica H. Eriksona. Kryzys rozwojowy będący jednocześnie zmianą pozycji społecznej młodego człowieka wiąże się często również z jego trudnościami w nauce konkretnych przedmiotów nauczania, w tym matematyki. Trudności te wynikają nie tylko z uwarunkowań rozwojowych w tym okresie jego życia, ale mają swoje źródło często na poziomie edukacji elementarnej, gdzie popełnione błędy w nauczaniu ze strony nauczyciela stopniowo się pogłębiały i doprowadziły do niechęci i braku wiary ucznia w swoje umiejętności i zdolności matematyczne. Omawia to szeroko w swoich publikacjach Edyta Gruszczyk-Kolczyńska przywołana przez Autorkę. Rozumienie i rolę myślenia matematycznego i jego rozwoju w okresie kryzysu rozwojowego i wynikających z niego trudności odniesiono do szukania metod dydaktycznych, w których może pomóc wykorzystanie zdolności do myślenia dywergencyjnego i konwergencyjnego w szukaniu rozwiązań oraz do teorii rozwoju myślenia produktywnego i reprodukcyjnego Otto Selza. Kształtuje to w uczniach umiejętność

rozumienia i użycia języka matematycznego. Jest to ważne już na wcześniejszych etapach edukacji, co podkreśla w swoich pracach Edyta Gruszczyk-Kolczyńska. Poziom wyników uzyskanych przez uczniów z egzaminu z matematyki na poszczególnych etapach edukacji wskazuje na niskie wyniki, jakie uzyskali uczniowie, co przywołuje Autorka na podstawie badań z ostatnich siedmiu lat. Jednak rodzice oceniają wysoko wartość matematyki wśród przedmiotów nauczania. Sformułowano postulaty w sprawie zmiany tej sytuacji w nauczaniu matematyki, co wiąże się z ogólnymi reformami w systemie edukacji i kształceniu nauczycieli zarówno edukacji elementarnej, jak i przedmiotowej - matematycznej.

W rozdziale 3. zatytułowanym *Sztuka antyczna dla współczesnej edukacji* w siedmiu podrozdziałach Autorka wyjaśnia wybrane zagadnienia z zakresu sztuki antycznej w powiązaniu z matematyką (izometria, złoty podział odcinka, symetrii, równowagi). Na początku swoich rozważań określa jak rozumiana jest sztuka antyku i treści, które jej przynależą. Omówiła poszczególne okresy w rozwoju sztuki antycznej starożytnej Grecji i Rzymu i ich założenia, które stały się inspiracją dla przyszłych epok i okresów rozwoju cywilizacji oraz kultury. Przywołała grecki kanon piękna, który miał odzwierciedlenie w architekturze (porządek archaiczny, klasyczny i hellenistyczny) i w rzeźbie oraz w sztuce rzymskiej. Wskazuje istotne dla sztuki starożytnej m.in. dzieło Witruwiusza *O architekturze ksiąg dziesięć*, wątki mitologiczne i utwory literackie, jak *Iliadę* i *Odyseję* Homera, opowieści o Dedalu i Ikarze, Orfeuszu i Eurydyce, puszcze Pandory, dramaty Sofoklesa, Ajsycholsa, Eurypidesa, Horacego, filozofów: Sokratesa, Platona, Arystotelesa. Myślenie matematyczne i kształtowanie kultury matematycznej odniosła do architektury starożytnej Grecji i Rzymu wytyczonych w niej porządków architektonicznych oraz typów budowli (świątynie, teatr, gimnazjony, palestra, stadiony, hipodromy, bazyliki, szkoły, forum, akwedukty, rzymskie termy, teatry i amfiteatry, cyrki, pomniki, kolumny, łuki triumfalne), rzeźby (Fidiasz) i rozwoju architektury starożytnego Rzymu w okresie królewskim, republice i w cesarstwie. Architektura rzymska obejmuje trzy porządki architektoniczne: toskański, rzymsko-dorycki, rzymsko-joński, rzymsko-koryncki i kompozytowy, które opisano w pracy pod kątem osiągnięć konstrukcyjnych. Ukazano, czym jest nauczanie i jak było rozumiane w starożytnej Grecji (wychowanie spartańskie i wychowanie ateńskie – grecka paideia) i jego wpływ na koncepcje nauczania nowożytnego. Przedstawiono warunki i historię utworzenia Muzeum Narodowego w Szczecinie, którego aktualna ekspozycja sztuki antycznej stała się inspiracją do prezentowanych w pracy badań. Postacią znaczącą w powstaniu tego działu sztuki antycznej w Muzeum Narodowym w Szczecinie był Heinrich Dohrn (1838-1913) i jego

rodzina, których działalność na rzecz muzeum scharakteryzowano w pracy. Utworzono w Szczecinie w 1913 roku kolekcję sztuki antycznej, którą stanowiło około 100 kopii rzeźb antycznych najbardziej reprezentatywnych dla sztuki greckiej, około 60 waz greckich, figurki terakotowe, nagrobne lekyty marmurowe, etruskie urny grobowe i wyroby ze szkła. Wśród kopii rzeźb na uwagę zasługuje *Doryforos* Polikleta i wyznaczony przez niego kanon proporcji postaci. Po drugiej wojnie światowej kolekcja powróciła do Szczecina w 1994 roku, wcześniej znajdowała się jako depozyt w Muzeum Narodowym w Warszawie. Zdjęcia zawarte w pracy ilustrują przykłady sztuki antycznej ze zbiorów Muzeum Narodowego w Szczecinie. Następnie Autorka prezentuje formy aktywności dydaktycznej, które są proponowane we współczesnych muzeach. W Muzeum Narodowym w Szczecinie został zrealizowany przez Autorkę projekt edukacyjny „Akademia Antyczna” w oparciu o znajdującą się tam kolekcję sztuki. Edukacja muzealna wychodzi poza ramy kształcenia formalnego. Tworzy przestrzeń do kontaktu z dziełem sztuki i jego przeżycia oraz interpretacji. W tym miejscu Autorka przywołuje Johna Deweya, J. Piageta, Herberta Readę, I. Wojnar, Bogdanę Suchodolską. Elementy edukacji matematycznej włączyła do autorskiego interdyscyplinarnego projektu edukacyjnego „Akademia Antyczna”. Projekt ten został podjęty w roku szkolnym 2009/2010. Celem jego jest upowszechnianie wiedzy o kulturze antycznej, korzeniach humanistyki i popularyzacja zbiorów Muzeum Narodowego w Szczecinie, w szczególności kolekcji antycznej Heinricha Dohrna. Jest to stała ekspozycja, w obrębie której są prowadzone różne zajęcia edukacyjne, m.in. matematyczne. W ramach zajęć prowadzone są spotkania z mistrzem, konkursy interdyscyplinarne adresowane do młodzieży – konkurs na projekt gazety codziennej starożytnych Greków i Rzymian, konkurs na przedstawienie teatralne w oparciu o mitologię dla uczniów szkół podstawowych, konkurs wiedzy o kulturze świata antycznego, konkurs w powiązaniu z różnymi elementami kultury matematycznej dla uczniów klas VII i VIII szkoły podstawowej i klas I i II liceów. „Etap I konkursu to eliminacje w szkołach, polegające na rozwiązaniu testu, który dostarczają organizatorzy konkursu i samodzielnym wykonaniu przez uczestników prac plastycznych, w których winna być uwzględniona do wyboru prawidłowość matematyczna jak: symetria, złoty podział odcinka czy translacja.” (s. 202). Wykonane prace plastyczne dopełnione są autorskim komentarzem, w którym opisane jest rozumienie zastosowanego w pracy pojęcia matematycznego. Odwołuje się Autorka w tym miejscu w pracy do koncepcji podwójnego kodowania Allana Paivio wyjaśniającej odbiór kodów: werbalnego i pozawerbalnego w procesie przetwarzania informacji i uczenia się jednostki (s. 203-204). „Tematyka prac plastycznych związana jest z kulturą starożytnej Grecji i Rzymu oraz z elementami kultury

matematycznej. Każdy uczestnik zobowiązany jest do wykonania dwóch prac plastycznych spośród czterech wskazanych tematów:

- 1) projekt pojedynczego motywu dekoracyjnego – ornamentu;
- 2) projekt wzoru dekoracyjnego np. na posadzkę, tkaninę, ścianę, elewację budynku;
- 3) projekt formy użytkowej wraz ze wzorem dekoracyjnym na jej powierzchni;
- 4) projekt budowli – całej bryły lub wybranego fragmentu, np. frontu biblioteki, ganka czy domu mieszkalnego.

Wielkość prac plastycznych w formie kwadratu o wymiarach: 30 cm x 30 cm. Papier: bryistol” (s.204). Uczestnicy konkursu mogą stosować różne techniki plastyczne i łączyć je ze sobą.

Uczniowie wykonują prace w ciągu trzech miesięcy i jest to tylko jeden zestaw dwóch prac. Należy uwzględnić sam obraz, materiał z którego powstanie oraz jego percepcję. Wspomniała Autorka o kryteriach analizy materiałów wizualnych zaproponowanych przez Gillian Rose (s.205) i o uczeniu się przez doświadczenie. W następnym etapie konkursu uczestnicy, którzy zakwalifikowali się do etapu wojewódzkiego spotykają się w muzeum w Szczecinie, gdzie w otoczeniu sztuki antycznej rozwiązują różnorodne zadania, jak testy wiadomości o sztuce antycznej, wykonują kolejne prace plastyczne. „Organizatorzy w kryteriach oceny prac plastycznych i odpowiedzi ustnych, stawiając wymogi: logicznej konstrukcji wypowiedzi, umiejętności udowodnienia przyjętej tezy, umiejętności oddzielenia informacji istotnych od szczegółowych, logiki wywodu, stają się sojusznikami myślenia filozoficznego bazującego na klasycznych regułach logiki.” (s. 206). Projekt edukacyjny jest szeroko upowszechniany w powiecie szczecińskim. Celem tej formy aktywności edukacyjnej w zainteresowaniu matematyką jest kształtowanie aktywnej postawy w rozwiązywaniu problemów matematycznych w integracji ze sztuką antyczną u jego uczestników, co wytycza koncepcja super nauczania Janusza Gniteckiego przywołana przez Autorkę.

W rozdziale 4. pt. *Źródła estetyki matematycznej w sztuce* w sześciu podrozdziałach Autorka wprowadza w zagadnienia matematyczne w powiązaniu ze sztuką antyczną, głównie architekturą. Autorka w kontekście rozwoju filozofii i nauk przyrodniczych starożytnej Grecji i Rzymu omówiła kształtowanie się myśli matematycznej i związanych z nią pojęć, interpretacji życia oraz rozumienia świata i jego przemian. Przywołała rozważania Talesa, Heraklita, Parmenidesa, Pitagorasa, Euklidesa, Platona na temat pojęć matematycznych z zakresu liczby, symetrii, harmonii, złotego podziału oraz piękna i sztuki. Spuściznę sztuki antycznej w sztuce europejskiej odniesiono do kanonów i porządków w architekturze, do

harmonii, proporcji, symetrii opartej na zasadzie matematyki i geometrii. Opisano figury w matematyce zbudowane według zasad złotego podziału (złoty podział odcinka, ciąg Fibonacciego, złoty prostokąt, złota spirala, trójkąt równoramienny). Znajduje to również odzwierciedlenie w architekturze współczesnej (Frank Lloyd Wright, Le Corbusier) i projektowaniu graficznym.

Część metodologiczna w rozdziale 5. zatytułowanym *Metodologiczne podstawy badań nad edukacją matematyczną inspirowaną przykładami sztuki antycznej* w siedmiu podrozdziałach przedstawiono założenia i cele przedstawionych w pracy badań. Autorka przyjęła indukcyjną strategię badań i paradygmat interpretacyjny, mając na uwadze „skupienie badacza na uczniu i jego działaniu twórczym” (s. 241). Głównym celem pracy było, pisze Autorka „wzbogacenie wiedzy teoretycznej dotyczącej możliwości zastosowania elementów sztuki antycznej do wspomagania edukacji matematycznej w starszych klasach szkoły podstawowej (kl. 7 i 8) oraz w pierwszych i drugich klasach licealnych szczególnie w zakresie pojęcia symetrii, translacji i złotego podziału odcinka.

Zasadniczym zadaniem użytecznym tej pracy jest opracowanie zestawu plansz edukacyjnych służących do wspierania dostrzegania pojęć i prawidłowości matematycznych przez uczniów w sztuce antycznej” (s.242).

Sformułowano pięć następujących problemów badawczych głównych:

„P-1. Jakie elementy sztuki antycznej występują w treściach wybranych podręczników do matematyki dla klas 7, 8 szkoły podstawowej i klas 1, 2 szkoły ponadpodstawowej? P-1.1. Które podręczniki do nauczania matematyki preferują/polecają nauczyciele matematyki?

P-1.2. Jakie elementy sztuki antycznej występują w preferowanych przez nauczycieli podręcznikach?

P-2. Jakie elementy sztuki antycznej występują w literaturze popularnonaukowej sugerowanej przez nauczycieli uczniom dla klas 7, 8 szkoły podstawowej i klas 1,2 szkoły ponadpodstawowej?

P-2.1. Które pozycje literatury popularnonaukowej polecają uczniom nauczyciele matematyki?

P-2.2. Jakie elementy sztuki antycznej nawiązujące do matematyki występują w literaturze popularnonaukowej sugerowanej przez nauczycieli matematyki?

P-3. Jakie treści matematyczne wykorzystują nastolatki podczas projektowania materiałów graficznych związanych ze sztuką antyczną?

P-4. Jakie treści matematyczne dostrzegają nauczyciele w przygotowanych przez nastolatków materiałach graficznych związanych ze sztuką antyczną?

P-5. Jak przedstawia się zgodność treści matematycznych wykorzystanych przez uczniów podczas projektowania materiałów graficznych związanych ze sztuką antyczną z treściami matematycznymi dostrzeganymi w pracach uczniowskich przez nauczycieli?" (s.242).

W celu weryfikacji przyjętych założeń badawczych Autorka zastosowała metody badawcze opisowe i korelacyjne, które są ukierunkowane na:

„określenie listy podręczników szkolnych preferowanych przez nauczycieli matematyki;

1. określenie elementów sztuki antycznej występujących w podręcznikach do matematyki dla klas 7, 8 szkoły podstawowej i 1, 2 szkoły ponadpodstawowej;
2. określenie listy pozycji literatury popularnonaukowej polecanych w swojej pracy dydaktycznej przez nauczycieli matematyki;
3. określenie elementów sztuki antycznej wspomagających edukację matematyczną występujących w literaturze popularnonaukowej sugerowanej przez nauczycieli matematyki;
4. analizę treści matematycznych preferowanych przez nastolatków biorących udział w badaniach podczas projektowania przez nich materiałów graficznych związanych ze sztuką antyczną;
5. rozpoznanie treści matematycznych dostrzeganych przez nauczycieli w wykonanych przez uczniów projektach materiałów graficznych związanych ze sztuką antyczną;
6. analizę zgodności treści matematycznych wykorzystanych podczas projektowania materiałów graficznych związanych ze sztuką antyczną z treściami matematycznymi dostrzeganymi w pracach uczniów przez nauczycieli „, (s. 243-244).

W badaniach zastosowano metodę sondażu diagnostycznego i technikę badawczą ankietę dla nauczycieli matematyki, metodę analizy dokumentów (podręczniki do matematyki, prace plastyczne uczniów), analizy tekstów i metody analizy statystycznej opisu i wnioskowania, autorski test matematycznej ekspertyzy interpretacyjnej (arkusz pracy ucznia) .

Jakościowa analiza została uzupełniona o podstawowy opis statystyczny w celu opisu zebranych danych i pozwoliła na wyprowadzenie wniosków. Opis ten został przedstawiony w formie rozkładów zmiennych oraz statystycznych miar tych rozkładów. W odniesieniu do niektórych problemów badawczych (problem P-4, P-5) zostały zastosowane miary związków pomiędzy

zmiennymi (współczynnik chi-kwadrat, współczynnik korelacji Pearsona) (s. 246). Określono zmienne i wskaźniki (Tabela 5.6.2., s. 251-252).

Badania poprzedziły badania pilotażowe. Zrealizowane badania objęły nauczycieli edukacji matematycznej ze szkół podstawowych i ponadpodstawowych, nauczycieli akademickich oraz studentów z województwa zachodniopomorskiego. Kwestionariusze ankiet zostały rozesłane online ze względu na pandemię, co znacznie utrudniło realizację badań. Rozesłano 300 ankiet, na które odpowiedziało 60 osób, tj. nauczycieli klas starszych szkoły podstawowej, nauczycieli szkół licealnych, wykładowców akademickich, studentów (50 nauczycieli matematyki, 8 wykładowców akademickich, 2 studentów). Z kolei z uczestnikami zajęć „Akademia Antyczna” zrealizowano cykl prac plastycznych, w których tematem była sztuka antyczna i jej zasady matematyczne. Prace zrealizowali uczniowie w ramach „Akademii Antycznej” zgodnie z regulaminem konkursu wiedzy o kulturze antycznej, które składały się z awersu – praca plastyczna i rewersu – autorski opis pojęć i twierdzeń matematycznych zastosowanych przez ucznia w pracy (Aneks Załącznik nr 4, s. 23). Prace uczniów zostały ocenione przez ekspertów – sędziów kompetentnych, którzy ocenili adekwatność między kompozycją plastyczną pracy a zawartymi w nich treściami matematycznymi. Oceniali oni tylko stronę plastyczną pracy – awers, nie znając autorskiego opisu pracy przez ucznia (Arkusz pracy ucznia). Badania zrealizowano w okresie od 2020 roku do 2022.

Część empiryczna - W rozdziale 6. pracy zatytułowanym *Wyniki badań* Autorka w ośmiu podrozdziałach przedstawiła wyniki uzyskanych badań i ich analizę. W oparciu o wyniki przeprowadzonej ankiety wśród uczących matematyki na temat treści podręczników z tego zakresu, badani wskazali na najwyższe preferencje podręczników z matematyki i zawartych w nich treści w powiązaniu ze sztuką antyczną wydawanych przez Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, w następnej kolejności wskazali wydawnictwa: Nowa Era, Wydawnictwa Edukacyjne Wiking oraz Oficyna Edukacyjna – Krzysztof Pazdro Sp. z o.o. Następnie omówiono treści z matematyki wysoko ocenionych przez badanych 12 podręczników w powiązaniu ich treści z zagadnieniami ze sztuki antycznej. Wskazano konkretne w nich rozdziały i problemy matematyczne, w których treści sztuki antycznej występują, np. *Matematyka poznać, zrozumieć, klasa 1 zakres podstawowy. Podręcznik do liceum i technikum zakres podstawowy*, autor: Alina Przychoda, Zygmunt Łaszczyk, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Wydanie I, Warszawa 2012 i „Zagadnienia związane z osiągnięciami matematyki okresu antycznego znajdują się w rozdziale: Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory – s. 11–97, w podrozdziale 1.3: Liczby naturalne i liczby całkowite s. 25–31, w podrozdziale 1.4: Liczby wymierne i liczby niewymierne s. 32–38, 1.5:

Liczby rzeczywiste s. 39–42, Wektory – s. 221–238, a także w rozdziale 5: Przekształcenie wykresów funkcji – s. 239–265, w podrozdziale 5.1: Symetria względem osi układu współrzędnych s. 240–244 i w podrozdziale 5.2: Symetria względem początku układu współrzędnych s. 245–250” (s. 261-262 i dalej s. 262-300 analiza treści pozostałych wskazanych przez badanych podręczników). Poszczególne treści matematyczne zostały zilustrowane przykładami ze sztuki antycznej. Treści sztuki antycznej w powiązaniu z treściami matematycznymi wskazano w przypadku takich zagadnień jak: symetria, translacja, złoty podział i ilustrującym je materiałem graficznym w postaci fotografii czy rysunku.

W zakresie literatury popularnonaukowej łączącej treści matematyczne i sztuki antycznej badani wskazali 35 książek przy czym 7 z nich uzyskało więcej niż jedno wskazanie (*Królowa bez Nobla. Rozmowy o matematyce* (7 wskazań) oraz *Lilavati, Śladami Pitagorasa i Sekretny Kod. Tajemnicza formuła rządzi sztuką* [po 5 wskazań]). Sztuka antyczna w rekomendowanej literaturze popularnonaukowej jest omawiana na przykładach w architekturze i rzeźbie, najczęściej występującym przykładem jest Partenon jako przykład zastosowania zasady złotego podziału. Treści matematyczne i sztuki antycznej dotyczą w tych publikacjach zagadnień: symetrii, translacji i złotego podziału. Jest to ilustrowane przykładami ze świata sztuki antycznej w formie fotografii i rycin.

Kolejnym etapem badań była ocena przez ekspertów (60 – w tym 50 nauczycieli matematyki, 8 wykładowców akademickich, 2 studentów) prac plastycznych uczniów, które zostały wyłonione w ramach zajęć i konkursu „Akademii Antycznej”. Zadaniem uczniów było stworzenie kompozycji plastycznej, która odzwierciedlała pojęcie lub prawa matematyczne. Eksperci „uwzględniali w ocenie następujące kryteria: 1) zgodność przedstawień z podanymi tematami, 2) poziom estetyczny i kompozycja wykonanych prac, 3) matematyczna poprawność opisu prac plastycznych, 4) dobór materiałów i ich zestawienie w kontekście tematyki konkursu” (s. 338). Dokonali oceny prac w oparciu o kwestionariusz autorskiego testu matematycznej ekspertyzy interpretacyjnej (Aneks Załącznik nr 2., s. 6-14). Eksperci dostrzegli więcej pojęć matematycznych w pracach plastycznych, niż wskazali autorzy. Dla każdej z prac została obliczona średnia wskazań eksperckich (jeśli chodzi o liczbę dostrzeżonych przez nich pojęć w danej pracy, Tabela nr 6.4.11., s. 339-340). W celu ustalenia, czy liczba pojęć dostrzeganych w danej pracy przez ekspertów jest powiązana ze zgodnością ich opinii o niej w odniesieniu do liczby zwizualizowanych pojęć, obliczono współczynnik korelacji liniowej Pearsona pomiędzy średnią ocen poszczególnych rysunków a odchyleniem standardowym tych ocen (Rysunek 6.4.51., s. 341). Jak podaje Autorka w wyniku

analizy wyników badań „Pojęcia matematyczne dostrzegane przez nauczycieli w analizowanych pracach w większości mieściły się w zakresie treści ujętych w podstawie programowej dla szkół średnich lub dla niższych szczebli kształcenia. W niektórych pracach eksperci dostrzegli odniesienia do pojęć i twierdzeń matematycznych wykraczających poza program kształcenia (np. cykloida, fraktal, twierdzenie Poincarégo o powracaniu, wstęga Möbiusa)” (s. 341, Tabela nr 6.4.12., s. 341-344). Najczęściej wskazywanymi pojęciami matematycznymi w pracach plastycznych były: symetria, złoty podział i translacja. Jak przyjmuje Autorka wyniki badań pozwalają na stwierdzenie, że matematyka „szkolna wspomagana poprzez elementy sztuki antycznej może być uznana za atrakcyjną przestrzeń poszerzenia sfery poznawczej, emocjonalnej i twórczej nastolatka. Sztuka antyczna może stanowić skuteczne źródło inspiracji nastolatków w zakresie przedstawiania pojęć matematycznych takich jak: symetria, translacja, złoty podział odcinka za pomocą prac plastycznych” (s. 350). Odwołała się do omówionych w części teoretycznej koncepcji pedagogicznych i psychologicznych uczenia się. Badania zmuszają do podjęcia refleksji nad propozycją edukacji matematycznej w powiązaniu ze sztuką antyczną, która pozwala uczniowi na przezwyciężenie lęku przed matematyką i dostrzeżeniem jej obecności w codzienności oraz w sztuce. Ilustracją tego są plansze edukacyjne – prace uczniów ilustrujące określone pojęcia matematyczne i zamieszczone w Aneksie - Załącznik nr 4 (s. 23-81). Pracę zamyka zakończenie, które jest podsumowaniem całości pracy, jej części teoretycznej i badawczej, bogata bibliografia i spis tabel, rysunków i fotografii. Osobną część pracy stanowi Aneks (ss. 83), w którym zawarto: Załącznik nr 1 – Kwestionariusz ankiety dla nauczycieli, Załącznik nr 2 – Kwestionariusz autorskiego testu matematycznego, Załącznik nr 3 – Regulamin konkursu wiedzy o kulturze świata antycznego dla uczniów klas VII i VIII szkół podstawowych oraz klas I liceów ogólnokształcących z województw zachodniopomorskiego w roku szkolnym 2018/2019, Załącznik nr 4 – Zestaw plansz edukacyjnych nawiązujących tematycznie do sztuki antycznej możliwych do wykorzystania w edukacji matematycznej.

2. Merytoryczna ocena rozprawy

Na uwagę i podkreślenie zasługuje to, że jest to praca interdyscyplinarna, która integruje zagadnienia z zakresu pedagogiki matematyki i sztuki - sztuki antycznej. Realizuje zamysł twórczej edukacji w matematyce, jak i w sztuce. Jest to propozycja projektowania ciekawych poznawczo zadań dla uczniów. Założenia badawcze i ich weryfikacja została zrealizowana z zachowaniem zasad metodologii opisowej i korelacyjnej. Praca jest oryginalna i mieści się w obszarze innowacji pedagogicznych. Cel i założenia badań zostały osiągnięte przez Autorkę. Na uwagę zasługuje materiał zamieszczony w Aneksie (osobny załącznik do

pracy), w tym szczególnie Kwestionariusz autorskiego testu matematycznej ekspertyzy interpretacyjnej i Zestaw plansz edukacyjnych nawiązujących tematycznie do sztuki antycznej możliwych do wykorzystania w edukacji matematycznej. Materiały te mogą stanowić inspirację i podstawę do opracowania podręcznika wprowadzającego młodzież do matematyki przez sztukę – sztukę antyczną. Praca wypełnia lukę w wiedzy i w badaniach nad zagadnieniem innowacji pedagogicznych w nauczaniu matematyki przy zastosowaniu zagadnień sztuki - sztuki antycznej.

3. Uwagi szczegółowe

Praca, jak podkreśliłam jest interesująca i ważna naukowo, ale mam kilka uwag. W części teoretycznej pracy Autorka omówiła treści w oparciu o literaturę, dobrze byłoby uzupełnić je o opracowania m.in. z dydaktyki matematyki, jak praca Lidii Pawlusińskiej, *Kierowane odkrywanie matematyki we wczesnej edukacji*, WN Uniwersytetu Szczecińskiego Szczecin 2021, mimo, że praca doktorska dotyczy adolescentów, ale w ogólnych rozważaniach o matematyce Autorka odwołuje się w ogóle do nauczania matematyki. Z kolei treści z wychowania estetycznego dopełnić m.in. takimi publikacjami, jak: Katarzyna Olbrycht, *Sztuka a działania pedagogów*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego Katowice 1987, Mirosława Zalewska-Pawlak, *Sztuka i wychowanie w XXI wieku*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego Łódź 2017, a z obszaru edukacji muzealnej, takie publikacje, jak: Jolanta Skutnik, *Muzeum sztuki współczesnej jako przestrzeń edukacji*. Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego Katowice 2008, Marcin Szelaąg, Jolanta Skutnik (red.), *Edukacja muzealna. Antologia tłumaczeń*. Muzeum Narodowe w Poznaniu, Poznań 2010.

W części metodologicznej pracy proponuję, aby w Tabeli nr 5.6.2. Zmienne i wskaźniki określone w pracy badawczej (s. 251-252) uzupełnić w pozycji 6. (s. 252), w kolumnie wskaźniki również o te, które uwzględniali eksperci przy ocenie prac plastycznych uczniów a są podane na stronie 338: „Jury konkursu (sędziowie kompetentni) oceniając prace plastyczne uczniów uwzględniali w ocenie następujące kryteria: 1) zgodność przedstawień z podanymi tematami, 2) poziom estetyczny i kompozycja wykonanych prac, 3) matematyczna poprawność opisu prac plastycznych, 4) dobór materiałów i ich zestawienie w kontekście tematyki konkursu” (s.338).

W kwestionariuszu ankiety dla nauczycieli podanej w Aneksie Załącznik nr 1 (s. 5) dodać punkty (Tytuł, Autor, Wydawnictwo, Rok wydania, Miejsce wydania), które były istotne w ocenie podręczników i literatury popularnonaukowej do nauczania matematyki przez nauczycieli a zostały wyszczególnione w Tabeli 6.1.1. (s. 257-260) i w Tabeli nr 6.2.4. (s. 301).

Uwagi te nie obniżają wartości merytorycznej i metodologicznej rozprawy doktorskiej Pani mgr Krystyny Danuty Milewskiej.

Recenzowana praca doktorska Pani mgr Krystyny Danuty Milewskiej *Elementy sztuki antycznej w edukacji matematycznej nastolatków*, Warszawa 2024, ss. 390, Aneks ss. 83, jest w mojej ocenie ważną pozycją w polskiej literaturze z dziedziny pedagogiki w zakresie pedagogiki matematyki i sztuki. Rozprawa jest przygotowana rzetelnie, logicznie, czytelnie i starannie od strony teoretyczno-metodologicznej i dobrze opracowana formalnie.

Proponuję przygotowanie rozprawy do druku i wyróżnienie. Rozprawa doktorska Pani mgr Krystyny Danuty Milewskiej realizuje poważny zamysł pedagogiczny w zakresie pedagogiki matematyki i sztuki.

4. Końcowy wniosek

Praca jest oryginalna i stanowi cenny wkład w badania pedagogiczne nad problematyką pedagogiki matematyki i sztuki oraz kształcenia kultury matematycznej i estetycznej.

Stwierdzam, że praca ta odpowiada warunkom i wymaganiom określonym w art. 13 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. z 2017 r., poz. 1789) w zw. z art. 179 ust. 2 i 3 Ustawy z dnia 3 lipca 2018 r. Przepisy wprowadzające Ustawę – Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2018 r. poz. 1669), zgodnie z którą jest przeprowadzone to procedowanie, dlatego upoważnia mnie to do wniosku o dopuszczenie mgr Krystyny Danuty Milewskiej do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Urszula Szuścik

